

# REFIP

Matemática

RECURSOS PARA LA FORMACIÓN INICIAL  
DE PROFESORES DE EDUCACIÓN BÁSICA  
PROYECTO FONDEF D09I-1023

**Proyecto FONDEF – CONICYT D09 I1023 (2011 – 2014)**

**Directora de Proyecto:** Salomé Martínez

**Autores:** Francisco Martínez  
Salomé Martínez  
Hector Ramírez  
María Leonor Varas

**Producción:** Ideaconsultora

**Registro de propiedad intelectual:**

**ISBN:** XXXXXXXX

**Depósito legal:** XXXXX

**Dirección editorial:** Arlette Sandoval Espinoza

**Corrección de estilo:** María Paz Contreras Aguirre

**Dirección de arte:** Carmen Gloria Robles Sepúlveda

**Coordinación diseño:** Katherine González Fernández

**Diseño Portada:** José Luis Jorquera Dölz

**Diagramación:** Isabel Olivera Hernández

**Producción:** Andrea Carrasco Zavala

**Primera edición:** marzo 2014

© Ediciones SM Chile S.A.

Coyancura 2283, oficina 2013,

Providencia. Santiago de Chile.

[www.ediciones-sm.cl](http://www.ediciones-sm.cl)

Atención al cliente: 600 381 13 12

Impreso en Chile/ Printed in Chile

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su tratamiento informático, ni su transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea digital, electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

## Presentación del proyecto

La colección ReFIP es una serie de cuatro textos: Números, Geometría, Álgebra y Datos y Azar, enfocados en la matemática para enseñar, que requieren los profesores de Educación Básica.

Esta colección fue elaborada en el proyecto FONDEF-D09i1023 “Recursos para la Formación Inicial de profesores de Educación Básica en Matemática”, por un equipo de expertos disciplinares y en educación de distintas universidades, liderados por el Laboratorio de Educación del Centro de Modelamiento Matemático de la Universidad de Chile.

El proceso de elaboración de estos textos se llevó a cabo durante tres años y contempló el pilotaje de versiones preliminares de los textos en cursos de carreras de Pedagogía en Educación Básica de 16 universidades. En esta fase piloto participaron alrededor de 5000 estudiantes de pedagogía de todo el país, lo cual permitió hacer los cambios y ajustes necesarios para producir las versiones finales, de manera que estos textos se constituyan en herramientas de gran utilidad en la formación docente.

Los textos promueven la relación acerca de la matemática escolar y su enseñanza, del mismo modo que contribuyen a integrar conocimientos disciplinares y pedagógicos. Su foco está en la matemática específica a la tarea de enseñar.

En este documento se resumen las distintas etapas del proyecto y la metodología utilizada.

## ReFIP Matemática

Recursos Pedagógicos para la Implementación de los Estándares de Formación Inicial de Profesores de Enseñanza Básica en Matemáticas. Proyecto FONDEF - CONICYT D09 I1023 (2011 - 2014).

---

Institución ejecutora principal	Centro de Modelamiento Matemático (CMM), Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile
Institución ejecutora asociada	Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile
Entidades asociadas	Ediciones SM Chile, Ministerio de Educación, Fundación Luksic y Academia Chilena de Ciencias

---

1. Ficha síntesis del proyecto	XX
2. El contexto actual de la formación inicial docente	XX
3. El rol del Centro de Modelamiento Matemático (CMM)	XX
3.1. El Laboratorio de Educación del CMM y el proyecto ReFIP	XX
4. Elaboración de los textos	
4.1. Algunas opciones fundamentales	XX
4.1.1. Atributos y orientación de los textos	XX
4.1.2. El conocimiento matemático para enseñar	XX
4.2. Textos para pilotaje	XX
4.2.1. Conformación y organización del equipo de autores	XX
4.2.2. El proceso de pilotaje	XX
4.3. Textos finales	XX
4.3.1. Evaluación experta de los textos	XX
4.3.2. Producción de la versión final de los textos	XX
5. Resultados del proyecto	XX
5.1. Colección de textos ReFIP	XX
5.2. Recursos multimediales	XX
5.3. El texto del formador	XX
5.4. Resultados de investigación	XX
5.5. Resultados de transferencia	XX
6. Proyecciones	XX

## 1. Ficha síntesis del proyecto



Recursos Pedagógicos para la Implementación de los Estándares de Formación Inicial de Profesores de Enseñanza Básica en Matemáticas. *Proyecto FONDEF - CONICYT D09 I1023* (2011 - 2014).

Institución ejecutora principal	Centro de Modelamiento Matemático (CMM), Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile
Institución ejecutora asociada	Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile
Entidades asociadas	Ediciones SM Chile, Ministerio de Educación, Fundación Luksic y Academia Chilena de Ciencias

Objetivo del proyecto	<p>Contribuir al mejoramiento de la preparación para enseñar matemáticas de los futuros profesores de Educación Básica, en todas las instituciones de educación superior del país.</p> <p>Para ello, el proyecto apuntó a los siguientes objetivos específicos:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Proporcionar a los estudiantes de Pedagogía en Educación Básica herramientas que faciliten la adquisición del conocimiento matemático para enseñar.</li> <li>2. Proporcionar a los formadores de profesores de Educación Básica herramientas que apoyen su labor docente, lo que facilita que los alumnos de pedagogía adquieran el conocimiento matemático para enseñar.</li> <li>3. Promover el establecimiento de redes de colaboración que incorporen a distintos actores que participan en la formación matemática de futuros profesores de Educación Básica.</li> <li>4. Instalar capacidades locales en las distintas unidades formadoras de profesores.</li> <li>5. Difundir la metodología utilizada a otros sectores del aprendizaje.</li> </ol>
Productos generados	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Colección de textos centrados en el conocimiento matemático para enseñar, destinados a estudiantes de Pedagogía en Educación Básica: Números, Geometría, Álgebra, y Datos y Azar.</li> <li>• Texto para el formador de profesores.</li> <li>• Material multimedia para apoyar la formación inicial docente en matemática.</li> <li>• Publicación destinada a dar a conocer y transferir el modelo de trabajo del proyecto.</li> </ul>

## Equipo de trabajo

Directora	Salomé Martínez (Universidad de Chile, Centro de Modelamiento Matemático)
Director alterno	Héctor Ramírez (Universidad de Chile, Centro de Modelamiento Matemático)
Equipo de Autores	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Anita Araneda (Pontificia Universidad Católica de Chile)</li> <li>• Eugenio Chandía (Universidad de Chile)</li> <li>• Luis Dissett (Pontificia Universidad Católica de Chile)</li> <li>• Macarena Larraín (Universidad del Desarrollo)</li> <li>• Renato Lewin (Pontificia Universidad Católica de Chile)</li> <li>• Alejandro López (Universidad Andrés Bello)</li> <li>• Rubén López (Universidad Católica de la Santísima Concepción)</li> <li>• Salomé Martínez (Universidad de Chile)</li> <li>• Andrés Ortiz (Universidad Católica de la Santísima Concepción)</li> <li>• Cristián Reyes (Universidad de Chile)</li> <li>• Daniela Rojas (Universidad de Chile)</li> <li>• Horacio Solar (Universidad Católica de la Santísima Concepción)</li> <li>• María Alejandra Sorto (Texas State University)</li> <li>• María Leonor Varas (Universidad de Chile)</li> <li>• Pierina Zanocco (Universidad Santo Tomás)</li> </ul>
Colaboradores	<ul style="list-style-type: none"> <li>• José Luis Abreu (Universidad Nacional Autónoma de México)</li> <li>• Pablo Dartnell (Universidad de Chile)</li> <li>• Joel Espinoza (Universidad Nacional Autónoma de México)</li> <li>• María José García (Pontificia Universidad Católica de Chile)</li> <li>• Nancy Lacourly (Universidad de Chile)</li> <li>• Francisco Martínez (Universidad de Chile)</li> <li>• María Victoria Martínez (Universidad de Chile)</li> <li>• Josefa Perdomo (Universidad de Chile)</li> <li>• Elizabeth Suazo (Universidad de Concepción)</li> <li>• Rodrigo Ulloa (Universidad Católica de la Santísima Concepción)</li> <li>• Claudia Vásquez (Pontificia Universidad Católica de Chile, sede Villarrica)</li> </ul>



Comité Asesor	<ul style="list-style-type: none"> <li>• María Aravena (Universidad Católica del Maule)</li> <li>• Miguel Díaz (Universidad de Viña del Mar)</li> <li>• Patricio Felmer (Universidad de Chile)</li> <li>• Arturo Mena (Pontificia Universidad Católica de Valparaíso)</li> <li>• Raimundo Olfos (Pontificia Universidad Católica de Valparaíso)</li> </ul>
Comité Editorial	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Patricio Felmer (Universidad de Chile)</li> <li>• Carmen Montecinos (Pontificia Universidad Católica de Valparaíso)</li> <li>• Jaime Sánchez (Universidad de Concepción)</li> </ul>
Evaluadores	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Guido Del Pino (Pontificia Universidad Católica de Chile)</li> <li>• Pedro Gómez (Universidad de Los Andes, Colombia)</li> <li>• Dinko Mitrovic (Universidad de Santiago de Chile)</li> <li>• Elizabeth Montoya (Pontificia Universidad Católica de Valparaíso)</li> <li>• Carlos Pérez (Universidad de Concepción)</li> <li>• Francisco Rojas (Pontificia Universidad Católica de Chile)</li> <li>• Pierre Romagnoli (Universidad Andrés Bello)</li> <li>• Marisol Valenzuela (EducaUC)</li> </ul>



## Claves del proyecto

Los textos de la colección ReFIP Matemática se elaboraron en el marco del proyecto Fondef D09 I1023 Recursos para la Formación Inicial de Profesores de Educación Básica.

Las claves que explican la concepción y el desarrollo del proyecto son las siguientes:

- 1 Recursos desarrollados para la formación inicial de profesores de Educación Básica en línea con los Estándares Orientadores para Carreras de Pedagogía en Educación Básica.
- 2 Textos enfocados en el conocimiento matemático para enseñar, que promueven la integración del conocimiento disciplinario y pedagógico.
- 3 Fuerte vinculación con los usuarios finales (estudiantes de pedagogía y formadores de profesores) en un proceso de elaboración iterativo y altamente participativo.
- 4 Temprana validación de los textos mediante un proceso amplio de prueba en terreno (pilotaje) en 16 universidades del país, para ajustar el material sobre la base de la evidencia entregada por su uso en cursos universitarios.
- 5 Registro de la experiencia del proyecto, para favorecer la transferencia del modelo de trabajo y su difusión a otras iniciativas similares.

## 2. El contexto actual de la formación inicial docente

El sistema educacional chileno ofrece, según datos oficiales de 2013, un alto número de programas de pregrado en el área de formación de profesores: 656 carreras vigentes, impartidas por un total de 51 universidades y 12 institutos profesionales.

En el área de formación de profesores de educación básica, según información del Consejo Nacional de Educación, Ministerio de Educación, en 2013 las universidades ofrecieron 88 programas de pregrado a lo largo del país.

Los programas son impartidos por 42 universidades, 18 de ellas pertenecientes al Consejo de Rectores de las Universidades Chilenas (CRUCH) y 24 corresponden a universidades privadas. Los programas ofrecieron 2.409 matrículas de primer año (un 44% en las universidades del CRUCH y un 56% en las privadas) y administran un total de 11.659 matrículas (un 46% en las universidades del CRUCH y un 54% en las privadas).

La oferta de matrículas de primer año se concentró en 2013 en las regiones Metropolitana (50%), del Biobío (14%) y de Valparaíso (12%), que totalizaron el 76%, distribución que es similar en el caso de las matrículas totales.

Complementariamente a la oferta universitaria, 4 institutos profesionales, con sedes en las regiones de Coquimbo, Valparaíso, Metropolitana, Biobío y O'Higgins, imparten 16 carreras en el área de formación de profesores de educación básica. Estas entidades ofrecieron 396 matrículas de primer año (un 44% en la Región Metropolitana) y administran 2.012 matrículas totales (un 51% en la Región Metropolitana).

En la última década, el Ministerio de Educación –consciente de la necesidad de reforzar la calidad de la formación inicial docente– ha venido impulsado un conjunto de acciones estratégicas, entre las cuales destacan la definición de Estándares Orientadores para las carreras de Pedagogía, la Evaluación Diagnóstica de los conocimientos de los egresados de carreras de Pedagogía (Prueba Inicia), la creación de la Beca Vocación de Profesor, la implementación de convenios para mejorar el desempeño de las Facultades de Educación de las universidades nacionales y la promoción de la Carrera Docente, entre otras.

El sistema educacional chileno cuenta desde 2011 con Estándares Orientadores para Egresados de Carreras de Pedagogía en Educación Básica, en los sectores de Lenguaje y Comunicación; Matemática; Historia, Geografía y Ciencias Sociales; y Ciencias Naturales. Estos estándares fueron elaborados a solicitud del Ministerio de Educación con la finalidad de proporcionar orientación a las instituciones que forman docentes sobre los conocimientos y habilidades, tanto en lo pedagógico como en lo disciplinar, que son fundamentales para conducir un efectivo proceso de enseñanza. Así, proveen a las instituciones formadoras un parámetro de referencia para orientar las metas que deben alcanzar en la formación de sus estudiantes y para poner

en marcha las condiciones de aprendizaje necesarias para lograr esas metas. Al mismo tiempo, son el referente para los procesos nacionales de evaluación de egresados, antes del inicio de su desempeño profesional.

Según se señala en el documento de los Estándares, el concepto de estándar en el contexto educacional “se entiende como aquello que todo docente debe saber y poder hacer para ser considerado competente en un determinado ámbito, en este caso, la enseñanza en la Educación Básica”. Los *estándares pedagógicos* se conciben como aquellos conocimientos, habilidades y actitudes profesionales necesarias para el desarrollo del proceso de enseñanza que debe poseer un egresado de pedagogía, independientemente de la disciplina que enseñe en la educación básica, y por lo tanto son comunes a las diversas disciplinas.

En cuanto a los *estándares disciplinarios de la enseñanza de la matemática*, en el documento se reconoce que la matemática escolar constituye un conjunto complejo de objetos y relaciones, cuyo dominio requiere de conocimientos profundos para lograr su adecuada comprensión, y que los conocimientos matemáticos con que debe contar un profesor o profesora para desempeñarse en el aula tienen especificidades propias de la tarea de enseñar en un determinado nivel escolar. Estos estándares despliegan en sus indicadores dos grandes dimensiones: el saber disciplinario, lo que se denomina “saber la disciplina para enseñar”, que comprende los conceptos, procedimientos, representaciones, resolución de problemas, razonamiento y lenguaje matemático; y los aspectos pedagógicos, estrechamente vinculados a la disciplina que se enseña, lo que se denomina “saber enseñar la disciplina”.<sup>1</sup>

Sobre esta base, en el documento se sostiene que para enseñar con efectividad esta disciplina, debe ser parte central de la formación de un profesor o profesora la necesaria integración entre contenidos matemáticos y pedagógicos. Los estándares, de acuerdo con los cuatro ejes de contenidos del currículo escolar, están organizados en: Números, Geometría, Álgebra y Datos y Probabilidades.

La **Evaluación Inicia** es un sistema creado en 2008 por el Ministerio de Educación, con el objetivo de identificar los conocimientos pedagógicos y disciplinarios alcanzados por los egresados de las carreras de pedagogía que dictan las instituciones de educación superior del país, a fin de entregar información sobre la calidad de la formación inicial recibida para comenzar su ejercicio profesional.

Desde su puesta en marcha, las Pruebas Inicia, que se rinden en forma voluntaria, se han ampliado gradualmente a los egresados de carreras de Pedagogía en Educación Básica, Educación Media y Educación de Párvulos, al

<sup>1</sup> Desde 2012, el sistema cuenta también con Estándares Orientadores para carreras de Pedagogía en Educación Media (pedagógicos y disciplinarios), consistentes con los de Educación Básica, y para Educación Parvularia.

mismo tiempo que el Ministerio de Educación ha invitado a participar a todas las instituciones de educación superior que las imparten.

Las pruebas para egresados de Pedagogía en Educación Básica se elaboran desde 2011 en concordancia con los Estándares Orientadores para Egresados de Pedagogía en Educación Básica, lo que ha permitido establecer tres niveles de desempeño: sobresaliente, aceptable e insuficiente. En 2012 se aplicaron tres instrumentos de evaluación a los egresados de Educación Básica: Prueba de Conocimientos Disciplinarios, Prueba de Conocimientos Pedagógicos y Prueba de Habilidades de Comunicación Escrita.

Por otra parte, los **Convenios de Desempeño** son un instrumento del Ministerio de Educación que tiene por objetivo apoyar planes de mejoramiento institucional de las entidades de educación superior. Estos Convenios han movilizado recursos y capacidades, favoreciendo la creación de instancias de colaboración, y han mostrando su efectividad en los ámbitos de docencia de pregrado (aprendizaje efectivo y rendimiento académico, retención de estudiantes, tasa de egreso, empleo de egresados), producción científica y tecnológica, gestión económica y renovación institucional en entidades de educación superior.

En el año 2012, se dio inicio a los Convenios de Desempeño en la Línea de Formación de Profesores con el objetivo de contribuir a "aumentar la calidad de los titulados". Estos convenios han promovido y apoyado el análisis y el cambio estratégico institucional para la formación de profesores; el desarrollo profesional de profesores para la obtención de mayores logros de aprendizaje en las aulas escolares y en diferentes contextos educativos; y el fortalecimiento, renovación e innovación de los programas de formación de profesores en universidades e institutos profesionales, promoviendo la incorporación de los estándares. Así, los Convenios de Desempeños se proyectan hoy como un instrumento que favorecerá la obtención de resultados e impactos significativos en la formación de profesores.

Los elementos descritos configuran un escenario de cambios importantes en favor del fortalecimiento de la formación inicial docente, contexto en el cual se desarrolló el proyecto de elaboración de Recursos Pedagógicos para la Implementación de los Estándares de Formación Inicial de Profesores de Enseñanza Básica en Matemáticas (ReFIP Matemática).

### ¿Qué buscó el proyecto ReFIP?

En el marco descrito, el proyecto ReFIP Matemática se propuso producir una colección de textos para estudiantes de pedagogía y un texto para formadores de profesores, en línea con los Estándares -es decir, que contribuyan a mejorar la preparación para enseñar matemática de los futuros profesores interpretando los Estándares-. Asimismo, el proyecto buscó aportar a formar capacidades locales, en instituciones de educación superior de todo el país, para favorecer la implementación de los Estándares en las distintas carreras.

### 3. El rol del Centro de Modelamiento Matemático

La misión del CMM es desarrollar investigación en matemática y usarla para resolver problemas de otras ciencias, la industria y las políticas públicas, desarrollando ciencia con los más altos estándares internacionales, que guían también sus actividades en investigación industrial y educación. Desde su creación (en el año 2000), el CMM ha tenido como uno de sus focos de acción el desarrollo de la enseñanza de la matemática a nivel escolar y ha conducido diversas iniciativas tendientes a su mejoramiento.

Esta área de trabajo se inserta en la convicción del CMM de que la reproducción y creación del conocimiento científico es parte de su responsabilidad como centro de investigación, que se extiende al apoyo del desarrollo de la matemática en el sistema de enseñanza escolar.

De este modo, el CMM busca contribuir a que el país aproveche todos los talentos de sus niños y jóvenes, captando sus inquietudes científicas y encauzándolas hacia niveles superiores, para aportar así en la tarea de que el país alcance mayores metas en su desarrollo.



#### 3.1. El Laboratorio de Educación del CMM y el proyecto ReFIP

En los últimos diez años, el Laboratorio de Educación del CMM se ha constituido en un referente en educación matemática en Chile. En él se desarrollan distintas áreas de trabajo relacionadas con la matemática escolar, como observación de la calidad de la instrucción, uso en aula y en formación docente de la resolución de problemas y el razonamiento matemático, desarrollo de recursos interactivos para el aprendizaje de la matemática, estudio de las estrategias utilizadas por los niños en la resolución de tareas matemáticas, entre otras. El equipo está conformado por investigadores, profesores y postdoctorados del CMM y del Centro de Investigación Avanzada en Educación (CIAE), de la Universidad de Chile.

Respecto a formación inicial docente, investigadores del Laboratorio de Educación han liderado la ejecución de los siguientes tres proyectos Fondef de investigación y desarrollo, cuyo foco ha sido la formación inicial docente:

- Estándares para la formación en ciencias de profesores de enseñanza media (Fondef D02-I1090, 2003-2005).
- Herramientas para la formación de profesores de matemáticas (Fondef D05-I10211, 2007-2009).
- Recursos pedagógicos para la implementación de los Estándares de formación inicial de profesores de educación básica en matemática (Fondef D09-I1023, 2011-2013).

El año 2014 se inicia la ejecución de un cuarto proyecto en esta misma

área, “Herramientas para fortalecer la formación de profesores de educación básica basadas en experiencias de enseñanza de la matemática en aula” (Fondef-IDEA IT13I10005, 2014-2015).

El Laboratorio de Educación del CMM ha sido un actor relevante en la definición de política pública referente al mejoramiento de la formación de profesores. Lideró la elaboración de los Estándares Orientadores para Egresados de Carreras de Pedagogía en Educación Básica y Educación Media en matemática y ha participado en la elaboración de la Evaluación Diagnóstica INICIA.

En el marco del consenso existente en el país sobre la necesidad de realizar cambios profundos en el sistema de formación de profesores, los Estándares Orientadores para carreras de Educación Básica, vigentes desde 2011, constituyen un nuevo desafío para el sistema en su conjunto. A través del proyecto Fondef ReFIP, el CMM busca aportar a enfrentar este desafío, generando una colección de textos que interpreten dichos estándares para llevarlos hasta las salas de clases donde se preparan los futuros profesores.

Consciente de la necesidad de aportar soluciones a partir de las condiciones existentes, el CMM quiso trabajar con el sistema en su conjunto y aprovechando las capacidades disponibles en el país. Por ello, el proyecto se desarrolló por medio de amplias redes de trabajo que representan la diversidad de la realidad nacional, involucrando a los distintos actores (matemáticos y educadores), buscando potenciar y crear fortalezas académicas en educación y promoviendo la instalación de capacidades locales.

El foco del proyecto estuvo en contribuir a mejorar la formación inicial de profesores, desarrollando soluciones que se basen en la evidencia, mediante un trabajo riguroso, abierto y colaborativo, entre matemáticos y educadores de diversas instituciones.

#### 4. Elaboración de los textos

La colección de textos de matemática para enseñar, elaborados por el proyecto ReFIP, se estructuró en concordancia con los “Estándares Orientadores para Egresados de Carreras de Pedagogía en Educación Básica; Estándares Pedagógicos y Disciplinarios”, definidos por el Ministerio de Educación en 2011, y con las Bases Curriculares. Los textos –tal como los Estándares– están organizados de acuerdo con los ejes de contenidos del currículum escolar de matemática: Números, Álgebra, Geometría, y Datos y Azar.

Los ejes de las Bases Curriculares	Los textos ReFIP
Números y operaciones	Números
Patrones y álgebra	Álgebra
Geometría	Geometría
Medición	
Datos y probabilidades	Datos y azar

Los textos están diseñados para la formación de un profesor o profesora que se prepara para enseñar el currículum escolar chileno de matemática, de primero a sexto año de enseñanza básica; es decir, para enseñar lo que la sociedad ha establecido que espera que los niños y niñas aprendan, tal como está definido en el currículum, que tiene carácter de ley.

El desafío abordado por el proyecto Fondef ReFIP es acotado, pero complejo, y requirió de miradas diversas y, sobre todo, de la incorporación de los usuarios finales del material que se elaboraría, los estudiantes de carreras de pedagogía en enseñanza básica y sus profesores (formadores de formadores). Es por eso que desde un comienzo el equipo comprendió que para emprender una tarea de esta naturaleza era imprescindible colaborar y llevar adelante un proceso participativo, que contara con mecanismos efectivos de retroalimentación. Se trató de una iniciativa novedosa, inédita en la formación docente en el país. El equipo de trabajo tenía la certeza de que el proceso mismo representaría una valiosa oportunidad de aprendizaje para todos los participantes, y que reportaría lecciones que en el futuro podrían ser de utilidad para replicar desafíos similares.



## Claves de la implementación del proyecto

Las convicciones del equipo conductor del proyecto se tradujeron en un conjunto de opciones que caracterizaron su implementación:

- la conformación de un equipo diverso, convocado a un trabajo participativo:  
**un equipo de autores integrado por 15 expertos disciplinarios y pedagógicos de 7 universidades, para dar forma a la versión inicial de los textos**
- la retroalimentación permanente por parte de los usuarios finales, desde las etapas más tempranas del proceso:  
**pilotaje de los textos en cursos universitarios de carreras de pedagogía básica, lectura críticas por pares y evaluación por parte de especialistas**
- la aplicación de instrumentos que hicieran posible contar con evidencia sobre la pertinencia del trabajo realizado:  
**aplicación de instrumentos para medir el impacto de los textos y levantar información sobre aspectos que inciden en la formación inicial docente**
- la importancia de documentar la experiencia, dejando registro de las lecciones aprendidas:  
**elaboración de un texto que transfiere en detalle la experiencia del proyecto, con el objetivo de contribuir a iniciativas similares**

Teniendo presentes estos factores, el diseño del proyecto consideró la temprana validación de los textos en elaboración, mediante un proceso amplio de pilotaje (prueba en el aula) en asignaturas dentro de programas de formación inicial de profesores. En cuanto a la elaboración de los textos, la opción fue convocar también a un trabajo colaborativo, para la redacción de las versiones que serían utilizadas en el proceso de pilotaje. En una segunda etapa, la información recogida como resultado de los pilotajes y otras formas de evaluación de los textos, fue la base para dar forma a la versión final de los libros, mediante una etapa de ajuste de contenidos y edición, a cargo del equipo del proyecto.

Las opciones que orientaron la elaboración de los textos, los distintos aspectos del proceso de elaboración, tanto de las versiones para pilotaje como de las versiones finales, y los diversos instrumentos aplicados, se describen en las secciones siguientes.



## 4.1 Algunas opciones fundamentales

### 4.1.1. Atributos y orientación de los textos

La primera etapa del proyecto se centró en las definiciones básicas en torno al alcance y orientación de los textos, los contenidos que debían incluirse y la forma de abordarlos, aspectos que se discutieron en reuniones plenarias con participación del equipo del proyecto, el conjunto de autores y el equipo asesor.

En esta etapa se tomaron un conjunto de opciones en torno a las orientaciones y atributos de los textos, que se fueron gradualmente precisando y confirmando:

- Abordar las dimensiones de los Estándares que cruzan los ejes: saber la matemática para enseñar y saber enseñar la matemática.
- Favorecer la integración del conocimiento disciplinar y pedagógico.
- Incorporar los contenidos acordes al currículum escolar vigente en el país.
- Poner el foco en el conocimiento matemático para enseñar, que comprende el conocimiento matemático y el conocimiento pedagógico de la matemática.
- Incluir actividades que favorezcan la reflexión (*para pensar*).
- Desarrollar recursos interactivos que complementen los textos.

También se realizaron en esta etapa un conjunto de entrevistas a docentes y estudiantes de carreras de Pedagogía en Educación Básica, con el objetivo de reunir información que permitiera confirmar o ajustar estos atributos. Se entrevistó a 18 académicos y 21 estudiantes de 12 universidades del centro y sur de país, tradicionales y no tradicionales. Estas entrevistas permitieron abordar principalmente aspectos como: el grado de conocimiento y formas de abordar los Estándares Orientadores para Carreras de Pedagogía en Educación Básica; el número de cursos de matemática incluidos en las mallas curriculares (matemática y didáctica de la matemática); el uso de textos de apoyo y otros recursos pedagógicos en los cursos de matemática; la necesidad de contar con nuevos recursos pedagógicos, y las características que deberían tener un texto guía para ser usado en la formación de profesores de enseñanza básica en el área de matemática.

Estas entrevistas permitieron detectar que los académicos y los estudiantes en general valoraron la posibilidad de contar con textos de apoyo a la formación docente, que contribuyan a la implementación de los estándares. Entre las principales características que a juicio de los entrevistados deberían tener estos textos, destacan las siguientes: incluir en sus contenidos conocimiento disciplinar y didáctico de la matemática; ser textos contextualizados; incluir ejemplos guiados o guiones de clases que contemplen propuestas didácticas para ser llevadas a la práctica; considerar problemas y ejercicios; y considerar ejemplos de situaciones de evaluación y planificaciones.

#### 4.1.2. El conocimiento matemático para enseñar

Hoy existe evidencia de que la matemática que se pone en juego en la sala de clases es un conocimiento disciplinar especializado para la tarea de enseñar, distinto del conocimiento que se requiere, por ejemplo, para realizar operaciones matemáticas cotidianas o para hacer cálculos de ingeniería<sup>2</sup>. Este conocimiento forma parte de lo que se ha denominado “conocimiento matemático para enseñar” o MKT (*Mathematical Knowledge for Teaching*), que incluye conocimientos disciplinares y conocimientos pedagógicos del contenido (ver recuadro). Se trata de un conocimiento disciplinar que es exclusivo del profesor y que en general no desarrolla ni requiere ningún otro profesional que haga uso de las matemáticas en su trabajo.

En este sentido, el proyecto trabajó teniendo claro que la matemática escolar no es una matemática trivial, sino una matemática profunda y especializada; y que para lograr el dominio que requiere un profesor, se necesita tiempo y dedicación.

El proyecto ReFIP se propuso que este tipo de conocimiento fuera el foco de los textos para formación de profesores. El esfuerzo se orientó a cubrir el conjunto de seis dominios que conforman el conocimiento matemático para enseñar (ver figura).

#### ¿Qué es el conocimiento matemático para enseñar?

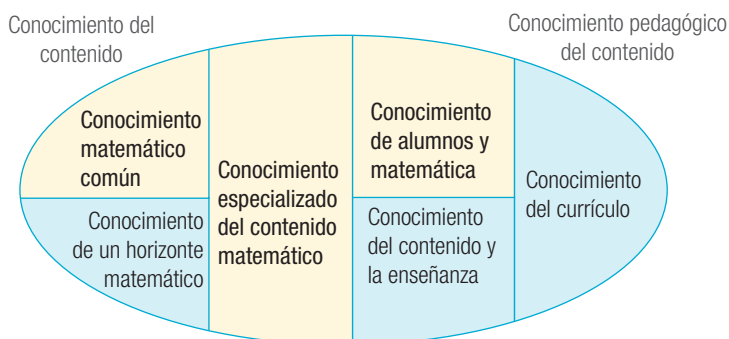
A partir del concepto de “conocimiento pedagógico del contenido” introducido por Lee Shulman en la década de los 80, se produjo un gran movimiento tendiente a identificar y describir conocimientos de los profesores que se encontraban en una región intermedia entre los conocimientos pedagógicos generales y los conocimientos disciplinares puros. Más recientemente, investigadores de la Universidad de Michigan, agrupados en el proyecto *Learning Mathematics for Teaching*, han aportado sustantivamente a precisar tanto estos conocimientos pedagógicos situados en los contenidos como - y principalmente - a caracterizar el conocimiento disciplinar contextualizado en la enseñanza. Hacia fines de la primera década de este siglo el modelo propuesto por este grupo considera un conjunto de seis componentes que integran el conocimiento matemático para enseñar<sup>3</sup>.

Los componentes, como se observa en la figura, se organizan de tres en tres en dos grandes grupos: conocimiento del contenido y conocimiento pedagógico del contenido.

2 BALL, D. L., HILL, H. C., BASS H. (2005), Knowing Mathematics for Teaching. Who Knows Mathematics Well Enough To Teach Third Grade, and How Can We Decide? *American Educator*, 29(1), pp. 14-17, 20-22, 43, 46.

3 BALL, D. L., THAMES, M. H., PHELPS, G. (2008), Content Knowledge for Teaching. What Makes it Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), pp. 389-407.

## El conocimiento matemático para enseñar



Para ilustrar las diferencias entre los distintos componentes de este conocimiento, el siguiente ejemplo muestra cómo en torno a una misma tarea matemática (multiplicar) se despliegan distintos conocimientos vinculados a cada una de las componentes del modelo presentado:

- Conocimiento matemático común: → Saber multiplicar números de tres cifras
- Conocimiento especializado del contenido matemático: → Reconocer la validez de procedimientos alternativos al algoritmo de multiplicación usual
- Conocimiento de un horizonte matemático: → reconocer el rol de la propiedad distributiva en distintos contextos matemáticos como la multiplicación de expresiones algebraicas o la regla de los signos para multiplicar enteros.
- Conocimiento de alumnos y matemática → Conocer las dificultades y errores frecuentes de los niños en este ámbito y saber diagnosticarlos.
- Conocimiento del contenido y la enseñanza → Saber cómo enfrentar las dificultades de los estudiantes con la multiplicación de modo de superarlas
- Conocimiento del currículum → Saber cómo secuenciar tareas de multiplicación de números de diverso tipo de acuerdo a las exigencias del currículum nacional.

Los tres dominios destacados con letra blanca en la figura (Conocimiento matemático común, Conocimiento especializado del contenido matemático y Conocimiento de alumnos y matemáticas) han sido evaluados masivamente en profesores de Estados Unidos, Noruega, Corea, Irlanda, Alemania, Indonesia, Ghana y Chile. En estudios longitudinales realizados en Estados Unidos y en Alemania, que incluyeron evaluaciones a los estudiantes, se logró probar la relación entre las mayores ganancias<sup>4</sup> de aprendizaje de los alumnos con el mayor conocimiento de su profesor<sup>5</sup>. Es más, este conocimiento es el que explica en mayor medida el mayor aprendizaje de los niños - en comparaciones con el impacto de otros factores, tales como el conocimiento disciplinar puro, la cantidad de asignaturas de matemática cursados por los profesores, el conocimiento pedagógico general-. Es decir, se trata de un conocimiento valioso.

4 HILL, H. C., ROWAN, B., BALL, D. L. (2005), *Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement*. *American Educational Research Journal*, 42(2), pp. 371-406.

5 BAUMERT, J., KUNTER, M., BLUM, W., BRUNNER, M., VOSS, T., JORDAN, A., KLUSMANN, U., KRAUSS, S., NEUBRAND, M., TSAI, Y.M. (2010). *Teacher's Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress*. *American Education Research*.

## 4.2. Textos para pilotaje

La elaboración de las versiones iniciales de los textos, que se usarían en el proceso de pilotaje (prueba en aula), se llevó adelante en un trabajo de grupos de autores en torno a cada uno de los textos. El esquema de trabajo consideró que en esta etapa los textos fueran de autoría colectiva, concordando así colectivamente los aspectos fundamentales de los textos, estructura de contenidos, y se revisaron y evaluaron los avances de la redacción.

Estaba previsto que los temas se abordaran con un enfoque y un lenguaje comunes, mostrando conexiones entre las distintas áreas de la matemática y homogeneidad en la redacción. De este modo, si bien los autores trabajaron en grupos centrados en la elaboración y redacción de contenidos de cada uno de los textos, fue el equipo en su conjunto el que aportó con sugerencias o críticas a los avances presentados en cada reunión plenaria. Los grupos de trabajo en torno a cada texto no fueron siempre estables, sino que algunos autores fueron rotando y otros se fueron incorporando en forma gradual, para dar respuesta a requerimientos específicos.

### 4.2.1. Conformación y organización del equipo de autores

El grupo de autores estuvo conformado por especialistas que ya tenían experiencia de trabajo con el equipo directivo del proyecto, en iniciativas como la elaboración de los Estándares de Formación Inicial de Profesores de Enseñanza Básica, entre otras. En el equipo se reunieron diferentes capacidades, distintas visiones y experiencias, lo que favoreció un trabajo en red, amplio y diverso.

La invitación a cada uno de los especialistas fue a título personal y no institucional. Naturalmente, las universidades fueron informadas para contar con la participación formal de cada uno de los autores.

Se conformó un equipo de autores integrado por 15 académicos, que se desempeñan en seis universidades del país y una extranjera: Universidad de Chile, Pontificia Universidad Católica de Chile, Universidad Andrés Bello, Universidad del Desarrollo, Universidad Santo Tomás, Universidad Católica de la Santísima Concepción y Texas State University (Estados Unidos). Más adelante se entrega un breve perfil de cada uno de ellos.



El grupo fue expresión de una amplia diversidad e integró a personas con distintas experiencias de aproximación a la matemática escolar: matemáticos con experiencia de trabajo en educación, docentes que forman a profesores (especialistas en educación matemática) y profesores con experiencia de trabajo en el aula escolar. Se creó así un ambiente de trabajo basado en la confianza, la apertura a la crítica y la colaboración, donde todos pudieron aportar a una tarea de autoría compartida, teniendo presente que el resultado no representaría una visión particular, ya que no se trataría de un trabajo de autor, sino de equipo.

En cuanto a la forma de trabajo, se buscó que el equipo actuara como un solo conjunto de autores, de manera transversal en los cuatro textos, promoviendo la puesta en común de los avances, la difusión de las buenas ideas, de las dificultades y las formas de superarlas. Si bien el trabajo de redacción quedó a cargo de grupos específicos por razones prácticas, lo central fue el trabajo conjunto de los autores para revisar, evaluar, compartir visiones, proponer cambios y aportar tanto a los contenidos como a los enfoques, en lo matemático y en lo pedagógico.

► Perfil de cada uno de los autores

Un equipo de 15 autores trabajó en la elaboración y redacción de las versiones iniciales de los textos. Este equipo estuvo integrado por:

- **Anita Araneda:** Ph. D. en Estadística (Carnegie Mellon University, USA). Se desempeña en el Departamento de Estadística de la Facultad de Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Chile.
- **Eugenio Chandía:** Profesor de matemática y Magíster en Educación (Universidad de Concepción). Investigador del Laboratorio de Educación del Centro de Modelamiento Matemático de la Universidad de Chile.
- **Luis Dissett:** Magíster en Ciencias Exactas (Matemáticas) (Pontificia Universidad Católica de Chile). Se desempeña en el Departamento de Matemáticas de la Facultad de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Chile.
- **Macarena Larraín:** Profesora General Básica con mención en Matemática. Trabaja en la Facultad de Educación y Humanidades de la Universidad del Desarrollo.
- **Renato Lewin:** Ph. D. en Matemáticas (University of Colorado-Boulder, USA). Se desempeña en el Departamento de Matemáticas de la Facultad de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Chile.

- **Alejandro López:** Doctor en Matemática (Universidad de Minnesota, USA). Trabaja en el Departamento de Matemáticas de la Universidad Andrés Bello.
- **Rubén López.** Doctor en Ciencias Aplicadas con mención en Ingeniería Matemática (Universidad de Concepción). Se desempeña en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Católica de la Santísima Concepción.
- **Salomé Martínez:** Doctora en Matemática (Universidad de Minnesota, USA). Trabaja en el Departamento de Ingeniería Matemática y en el Centro de Modelamiento Matemático de la Universidad de Chile.
- **Andrés Ortiz:** Profesor de Matemática y Magíster en Enseñanza de las Ciencias mención Matemática (Universidad de Concepción). Trabaja en el Departamento de Didáctica de la Facultad de Educación de la Universidad Católica de la Santísima Concepción.
- **Cristián Reyes.** Doctor en Matemáticas (Universidad de Chile). Investigador del Laboratorio de Educación del Centro de Modelamiento Matemático de la Universidad de Chile.
- **Daniela Rojas.** Profesora de matemática. Investigadora del Laboratorio de Educación del Centro de Modelamiento Matemático de la Universidad de Chile
- **Horacio Solar.** Profesor de Matemática y Doctor en Didáctica. Trabaja en el Departamento de Didáctica de la Facultad de Educación de la Universidad Católica de la Santísima Concepción.
- **María Alejandra Sorto.** Ph. D. en Educación Matemática (Michigan State University, USA). Se desempeña en el Departamento de Matemáticas de Texas State University.
- **María Leonor Varas.** Doctora en Ciencias de la Ingeniería (Universidad de Chile). Trabaja en el Centro de Investigación Avanzada en Educación (CIAE) y en el Departamento de Ingeniería Matemática de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile.
- **Pierina Zanocco.** Magister en Ciencias de la Educación, mención Evaluación (Pontificia Universidad Católica de Chile) y Profesora de Estado de Matemática y Estadística (Universidad Técnica del Estado). Es Directora de la Escuela de Educación de la Universidad Santo Tomás.

### 4.2.2. El proceso de pilotaje

La elaboración de los textos incluyó un proceso amplio de prueba en aula –pilotaje– para incorporar la visión de los usuarios acerca del material producido, sobre la base de la evidencia entregada por su uso en cursos universitarios de formación de profesores de enseñanza básica.

*El pilotaje de un texto corresponde a su uso en una sección de alguna asignatura relacionada con matemática dentro de un programa de Pedagogía en Educación Básica.*

Mediante el proceso de pilotaje se buscó recopilar información sobre el uso de los textos en cursos de carreras de pedagogía y promover su transferencia a las universidades que imparten carreras de Pedagogía en Educación Básica.

El proceso de pilotaje permitió al Proyecto ReFIP Matemática:

- ✓ Retroalimentar a los autores, desde la perspectiva de profesores y estudiantes, en el proceso de elaboración de los textos para los alumnos.
- ✓ Recopilar material para la elaboración del texto del formador.
- ✓ Medir el impacto del uso de los textos, y a partir de ello iniciar diversas investigaciones en el ámbito de la formación inicial docente.

El pilotaje se realizó en un conjunto de universidades nacionales que imparten programas de formación inicial de profesores de Educación Básica. Se consideró una muestra de universidades que estuvieran interesadas en participar y que representaran la diversidad existente en el país, en cuanto a localización geográfica, tipo de universidad (pública, privada, perteneciente o no al Consejo de Rectores de las Universidades Chilenas, CRUCH), exigencias de ingreso a los alumnos (Prueba de Selección Universitaria y puntajes de ingreso), entre otros factores.

En total, durante los dos semestres de 2012 y el primer semestre de 2013 participaron en el proceso de pilotaje 16 universidades, ubicadas entre Iquique y Punta Arenas, que imparten la carrera de Educación Básica:



- En el primer semestre de 2012 se probaron dos de los textos en 13 universidades (56 secciones), sumando 2.300 alumnos aproximadamente.
- En el segundo semestre de 2012 se probaron los textos en 14 universidades (75 secciones), sumando 2.700 alumnos aproximadamente.
- En el primer semestre de 2013 se probaron los textos en 3 universidades (7 secciones), sumando 250 alumnos aproximadamente.

Las universidades que participaron en los pilotos fueron las siguientes:

Región	Universidad
Tarapacá	Universidad Arturo Prat
Valparaíso	Universidad de Playa Ancha, Universidad de Viña del Mar, Universidad de Las Américas.
Metropolitana	Pontificia Universidad Católica de Chile, Universidad de las Américas, Universidad Santo Tomás, Universidad Diego Portales, Universidad del Desarrollo, Universidad Alberto Hurtado, Universidad San Sebastián, Universidad de Los Andes.
Bío Bío	Universidad de las Américas, Universidad San Sebastián, Universidad Católica de la Santísima Concepción, Universidad del Bío Bío, Universidad de Concepción.
La Araucanía	Pontificia Universidad Católica de Chile, Universidad Católica de Temuco.
Los Ríos	Universidad San Sebastián
Los Lagos	Universidad San Sebastián
Magallanes	Universidad de Magallanes

Para el desarrollo de los pilotajes, se utilizaron versiones preliminares de los cuatro textos, que fueron distribuidas a cada uno de los docentes y a todos los estudiantes participantes en el proceso (entregando uno o más de los cuatro libros, según los contenidos de cada curso). Cada docente decidió la forma como utilizar el libro en apoyo a su curso, en una o varias unidades o módulos, dependiendo de la estructura del programa de cada asignatura.

Los libros fueron utilizados como material de clases o de apoyo por un total de 4.955 estudiantes de 131 cursos. Para ello, 76 académicos fueron capacitados en el uso de los textos.

Texto	Número de pilotos	Número de alumnos
Números	44	1.865
Álgebra	29	937
Geometría	33	1.295
Datos y azar	25	858
Total	131	4.955

La implementación del proceso de pilotaje siguió un protocolo preestablecido, que incluyó las etapas de instalación, seguimiento y aplicación de instrumentos, como fases secuenciales y complementarias.



En la etapa de instalación, las tareas centrales fueron el establecimiento de canales de comunicación que permitieran mantener una relación directa y fluida con los profesores que participarían en los pilotajes y la capacitación que se les brindó sobre el proceso.

En cuanto a los canales de comunicación, en cada institución se definió una persona (jefe de carrera, docente u otro) encargada de intercambiar información entre el equipo del proyecto ReFIP y los profesores que participarían en el pilotaje. El proyecto conformó a su vez un equipo de seguimiento, definiendo encargados por zonas geográficas, para que interactuaran con el conjunto de centros localizados en esa zona.

La capacitación, por su parte, tuvo por objetivo entregar a los docentes información sobre el proceso de pilotaje y las tareas que incluiría y presentarles los textos elaborados (en su primera versión), describiendo los contenidos conceptuales de cada libro, sus secciones y el tipo de tareas y ejercicios. En estas capacitaciones se abordaron también los distintos instrumentos que serían parte del pilotaje: la bitácora para ser completada por los docentes, la aplicación de pruebas y de encuestas de satisfacción y de creencias a los alumnos, y de una encuesta de satisfacción a los profesores. Para impartir esta capacitación se realizaron talleres en varias ciudades: en enero de 2012 en Santiago y Concepción (40 académicos) y en julio de 2012 en Santiago, Concepción y Temuco (36 académicos).

A lo largo del proceso, cada encargado de zona del proyecto tuvo a su cargo el seguimiento de los pilotajes, mediante visitas a cada uno de los centros y la respuesta permanente a las inquietudes o requerimientos que pudieran plantear los docentes participantes.

El instrumento central de seguimiento de los pilotajes fue la bitácora, en que se pidió a cada profesor participante registrar su apreciación sobre el uso de los textos a lo largo del semestre. El formato de la bitácora incluía una primera parte donde completar datos generales sobre el académico que realizó el piloto, la carrera, la asignatura y contenidos del programa de la asignatura que estuvieran incluidos en el texto; y una segunda parte donde registrar la apreciación del docente sobre el aprendizaje logrado por los estudiantes al utilizar el texto, y la apreciación sobre el texto y su uso.

Asimismo, para evaluar el uso y el impacto de los textos se aplicaron a lo largo del proceso de pilotaje una serie de instrumentos orientados tanto a los docentes como a los estudiantes:

- Encuestas para alumnos: de satisfacción, y de creencias y actitudes (desarrollada en el proyecto *Teacher Education and Development Study in Mathematics*, TEDS-M, de la *International Association for the Evaluation of Educational Achievement*, IEA).

- Pruebas de *Conocimiento Matemático para Enseñar* (desarrolladas en el proyecto LMT, *Learning Mathematics for Teaching*, de la Universidad de Michigan).
- Encuestas de Expectativas Docentes y Ansiedad Matemática.

En forma complementaria, se realizaron observaciones de clases impartidas por formadores de profesores que se encontraban realizando pilotajes.

La gestión de este proceso hizo necesaria la coordinación y articulación de diversas tareas, por ejemplo, la calendarización de las pruebas y encuestas en forma conjunta entre el equipo del proyecto y los docentes, y la toma de pruebas y aplicación de encuestas..

En la calendarización de pruebas y encuestas se buscó resguardar dos condiciones básicas: que las pruebas se tomaran en el horario de la asignatura, para acceder al total de estudiantes y para que fueran consideradas como una actividad de la asignatura; y establecer fechas para la realización de las encuestas de creencias y de satisfacción (aplicadas *on line*) al menos tres semanas antes del término del semestre, de modo de ir informando a los profesores sobre el número de estudiantes que ya habían respondido y estimular a su vez la respuesta de los alumnos rezagados.

La toma de pruebas de *Conocimiento Matemático para Enseñar* a los estudiantes, con el objetivo de evaluar el impacto de los textos en sus aprendizajes, contempló la aplicación de cuatro pruebas, correspondientes a cada uno de los textos, al final del semestre, tomando en cada caso la prueba correspondiente a el o los libros utilizados en la asignatura.

En cuanto a la aplicación de encuestas a los estudiantes, se pidió que cada estudiante completara un cuestionario on line que incluyó una encuesta de satisfacción sobre el contenido y uso del texto en la asignatura, y una encuesta sobre creencias y actitudes frente a la matemática.

La aplicación de la encuesta de satisfacción a los profesores que participaron en el proceso de pilotaje se realizó al finalizar el semestre, con el fin de conocer su apreciación sobre el contenido de los textos.

### Pilotajes: la visión de los docentes participantes

Para sistematizar la experiencia de pilotaje de los textos realizada en diversas universidades del país, se efectuaron dos talleres de trabajo con académicos participantes, a fin de recoger y analizar su visión sobre las lecciones aprendidas acerca de la implementación del proceso.

Entre los principales factores facilitadores del pilotaje que mencionaron los docentes, destacan algunos asociados al entorno institucional y al propio proceso de pilotaje. Entre las claves mencionadas se pueden señalar:

- Contar con apoyo institucional de la universidad al proceso de pilotaje.
- Vincular adecuadamente el desarrollo del pilotaje y la planificación de cada curso.
- Establecer y mantener una adecuada comunicación e interacción entre los profesores participantes en el pilotaje y los encargados de seguimiento del proyecto.
- Contar con capacitación inicial para los profesores que participan en el pilotaje de los textos.
- Mantener comunicación con los autores de los textos.
- Recibir oportunamente los materiales para el pilotaje (libros y encuesta), al inicio de cada semestre.
- Lograr el compromiso y una buena disposición de los alumnos.

Entre los principales aspectos que deberían ser perfeccionados en una futura experiencia de pilotaje, los docentes destacaron:

- Revisar y simplificar el diseño de la bitácora, de modo de facilitar su uso y minimizar el tiempo de llenado de sus registros.
- Favorecer un contacto más permanente entre los profesores que participan en el pilotaje de los textos y los autores.
- Realizar una evaluación intermedia del proceso de pilotaje.
- Realizar una capacitación a lo largo del proceso de pilotaje que complemente y refuerce la capacitación inicial.

#### 4.3. Textos finales

La información proporcionada por el proceso de pilotaje de los textos en aula, la lectura realizada por pares y la evaluación experta, junto al análisis y la reflexión desarrollados por el equipo del proyecto, fueron la base para orientar la elaboración de los textos definitivos, que estuvo a cargo de un equipo más reducido, conducido personalmente por el equipo directivo del proyecto.

## Pilotajes: las lecciones aprendidas por el equipo del proyecto

La experiencia de los pilotajes dejó importantes lecciones para el equipo del proyecto:

- Adicionalmente al pilotaje de los textos, el proceso permitió lograr otros objetivos: tuvo un valor agregado importante, en la medida en que hizo posible establecer vínculos con un conjunto amplio de docentes y entidades, dar a conocer los textos y poner en la discusión el tema de los estándares. La entrega de los libros a los alumnos permitió que se creara una experiencia colectiva.
- Llevar adelante un pilotaje masivo significó una gestión operativa del proceso muy compleja y demandante de tiempo.

Para futuras experiencias, resulta recomendable la instalación de un pilotaje más acotado, con un número más reducido de centros de pilotaje, seleccionados a partir de una muestra dirigida y con un seguimiento más cercano.

Otra alternativa también puede ser diseñar un pilotaje amplio, probando el uso de los textos con muchos alumnos, pero haciendo un seguimiento más estrecho a una muestra reducida, con aquellos docentes que se sabe que harán un mayor aporte.

- Un aspecto central es fortalecer los vínculos de cercanía entre los docentes participantes en los pilotajes y el equipo del proyecto, generando hitos de traspaso de información que permitan retroalimentar oportunamente a los autores.

### 4.3.1. Evaluación experta de los textos

Los textos en su versión inicial fueron sometidos a evaluación por parte del Comité Asesor del proyecto y otros evaluadores externos.

Adicionalmente, se realizó un taller de trabajo con un grupo de estos evaluadores, con el objetivo de obtener y socializar consensos en torno al valor de los textos como herramientas pedagógicas y la pertinencia de sus enfoques y contenidos; así como recoger información relevante complementaria a la obtenida a través de las evaluaciones individuales de cada texto, sobre los ajustes o mejoras necesarias del enfoque y los contenidos.

En este taller, junto con destacar el valor de los textos y el aporte que ellos representan para la formación inicial docente en el país, los evaluadores expresaron sus comentarios sobre un conjunto de aspectos, incluyendo: la estructura y ritmo de los textos (en forma individual y como conjunto); la presencia de los aspectos pedagógicos; el enfoque de los contenidos y el tratamiento de los contenidos en relación con el perfil del futuro profesor; la pertinencia de los contenidos o la falta de algunos contenidos; la pertinencia de los ejemplos utilizados; la homogeneidad y coherencia entre los distintos contenidos, entre los aspectos principales.

### 4.3.2. Producción de la versión final de los textos

En la etapa final, el trabajo se concentró en la redacción de las versiones definitivas de los textos, sobre la base de la acumulación de aprendizajes obtenidos en las distintas etapas del proyecto: elaboración de las versiones iniciales, opiniones de usuarios y evaluación experta.

El trabajo de elaboración de las versiones definitivas se centró en dar coherencia global a cada texto, introduciendo ajustes de contenido y forma. Para ello, cada libro quedó a cargo de un grupo de autores responsable de producir el texto final.

Libro	Responsables
Números	Alejandro López
	Daniela Rojas
	Pierina Zanocco
Álgebra	Salomé Martínez
	María Leonor Varas
Geometría	Cristián Reyes
Datos y Azar	Anita Araneda
	Eugenio Chandía

Los textos que se utilizaron en el pilotaje tienen características especiales que los hacen apropiados para un proceso de prueba en aula de ese tipo. Por ejemplo, deben ser lo suficientemente flexibles para poder ser probados bajo condiciones muy diversas en asignaturas con programas muy variados, pudiendo ser utilizados parcialmente y no necesariamente en un curso completo, sino también en partes de cursos). Esto obligó a que cada capítulo de los libros para pilotaje tuviera cierto nivel de autonomía en el sentido de contener los elementos necesarios para abordar un tema, sin tener que depender de otros capítulos, lo que redundó en textos con muchas reiteraciones. Asimismo, los textos consideraban muchos contenidos con el objetivo de testear su pertinencia en condiciones reales. Otro aspecto era la escasa homogeneidad, fruto del proceso de construcción colectivo.

Los textos finales, si bien se elaboraron a partir de las versiones iniciales, tienen características distintas a aquellas de los textos usados en los pilotajes, ya que buscan constituirse en un texto guía de un curso.

En una última etapa se presentaron las versiones revisadas de los textos a los miembros del Comité Editorial. Ellos discutieron, en una reunión con miembros del equipo del proyecto, las proyecciones del material elaborado y del proyecto en general.

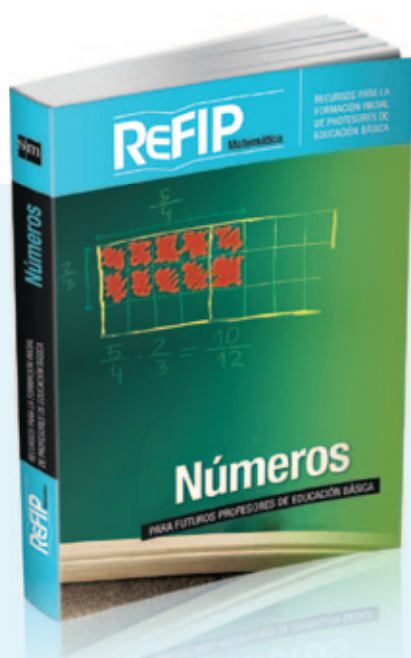
## 5. Resultados del proyecto

### 5.1. Colección de texto ReFIP

En línea con los Estándares Orientadores para Carreras de Pedagogía en Educación Básica, los textos corresponden a los cuatro ejes de matemática: Números, Geometría, Álgebra y Datos y Azar.

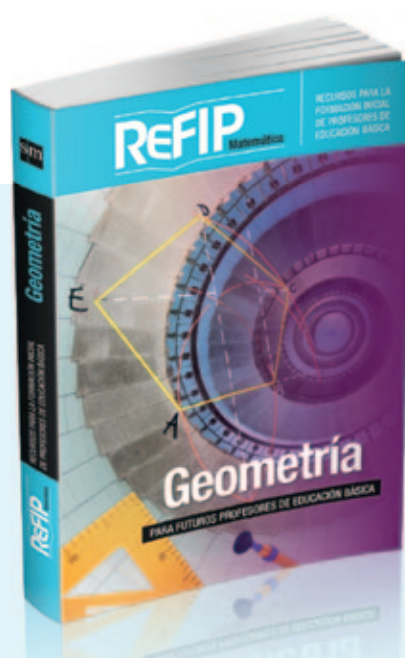
El contenido matemático está centrado en el conocimiento matemático para enseñar, abordando aspectos como:

- |                           |                            |
|---------------------------|----------------------------|
| ✓ Razonamiento matemático | ✓ Uso de material concreto |
| ✓ Lenguaje matemático     | ✓ Errores y dificultades   |
| ✓ Representaciones        | ✓ Actividades de aula      |
| ✓ Resolución de problemas |                            |



#### Números

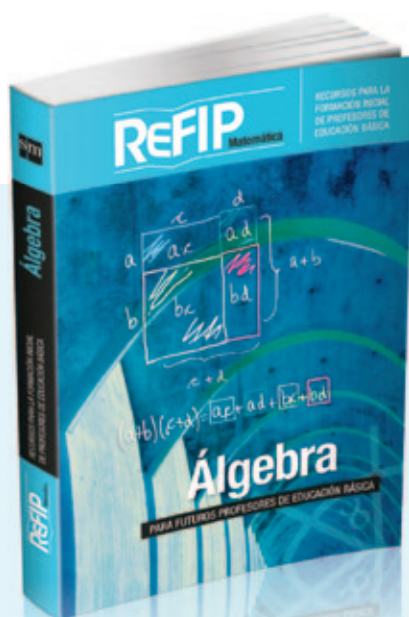
- Números naturales
- Fracciones y decimales
- Razones y proporciones
- Números enteros, racionales y reales



#### Geometría

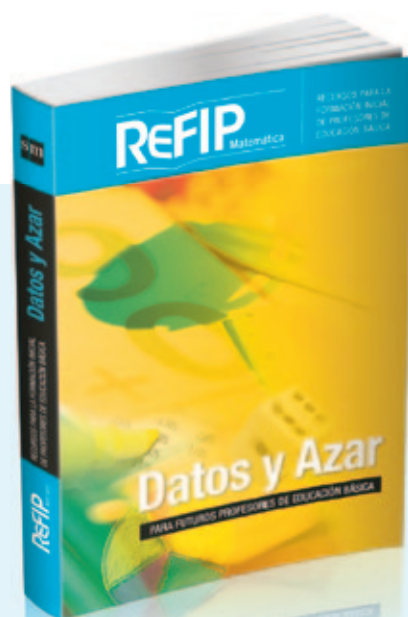
- Medición
- Nociones geométricas básicas
- Figuras y cuerpos geométricos
- Semejanza y congruencia
- Perímetro, área y volumen

Los textos abordan la matemática escolar referida a cada uno de los ejes del currículo, de manera profunda y específica a la profesión docente. Cada contenido se analiza y desarrolla articulando los conocimientos matemáticos con aspectos de su enseñanza en la escuela básica, tales como posibles errores de los estudiantes, análisis de actividades escolares y uso de material concreto. Los textos promueven también la reflexión acerca de la matemática y su enseñanza. Los contenidos que aborda cada texto son los siguientes:



### Álgebra

- Expresiones algebraicas y potencias
- Ecuaciones e inecuaciones de primer grado
- Patrones y secuencias
- Funciones



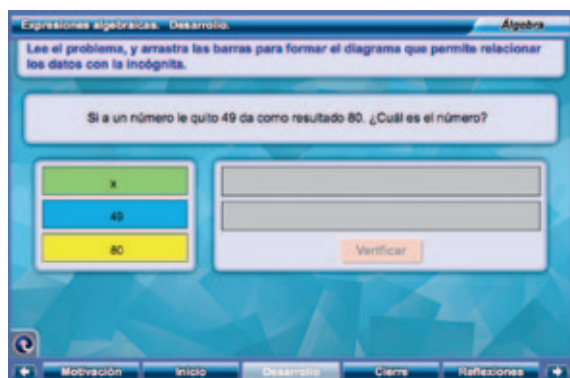
### Datos y Azar

- El ciclo de investigación
- Recolección de datos
- Representación y análisis de datos
- Probabilidades

## 5.2. Recursos multimediales

En el marco del Proyecto ReFIP, se desarrollaron siete recursos multimediales, en conjunto con investigadores del Laboratorio de Innovación en Tecnología Educativa (LITE) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), que abordan temas centrales presentes en los textos ReFIP y que están dirigidos a estudiantes de pedagogía en formación.

Estos recursos interactivos se enfocan a enseñar un conjunto de tópicos seleccionados y persiguen que los futuros profesores se cuestionen el cómo enseñar cada uno de los conceptos tratados.



Para cada uno de los 4 ejes disciplinarios, Álgebra, Datos y Azar, Geometría, y Números, acordados a cada uno de los libros, se desarrollaron los siguientes recursos:

- Expresiones algebraicas
- Muestreo
- Probabilidades
- Redes del cubo
- Áreas y perímetros
- Adición y sustracción
- Calculo mental

Considerando que los recursos multimediales tradicionalmente se han dirigidos a niños, esta experiencia resulta particularmente innovadora al estar orientada a profesores en formación. Actualmente el conjunto de recursos desarrollados se encuentra en proceso de pilotaje en cursos *on line* en el marco de la actividad del Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP).



## 5.3. Textos para el formador

Se trata de materiales de apoyo a la colección de textos ReFIP y está dirigido a los formadores de profesores, con el propósito de entregar orientaciones que permiten vincular el contenido de la colección con los Estándares y herramientas para su implementación en el aula universitaria. Estos textos estarán disponibles en formato digital en la página <http://refip.cmm.uchile.cl/>

Estos textos consideran los siguientes elementos:

- Vinculación de los textos ReFIP con los Estándares Orientadores para Egresados de Pedagogía en Educación Básica y las Bases Curriculares.



- Descripción del conocimiento matemático para enseñar
- Experiencia de implementación de los textos ReFIP.
- Descripción de los recursos multimediales complementarios a los textos ReFIP.
- Ejemplos de análisis curricular.
- Recursos bibliográficos complementarios a los textos ReFIP.

#### 5.4. Resultados de investigación

De manera complementaria a las actividades principales del proyecto, se realizaron diferentes investigaciones en el ámbito de la formación inicial de profesores de educación básica en Chile, relacionadas con el conocimiento matemático y aspectos psicosociales de la enseñanza y aprendizaje de la matemática en futuros profesores de educación básica, y calidad de la instrucción matemática en carreras de pedagogía.

##### ► Conocimiento matemático para enseñar de los futuros profesores

Tanto los resultados de la prueba internacional TEDS-M como la implementación de la prueba INICIA, han contribuido a relevar la importancia de contar con evaluaciones que permitan identificar los conocimientos pedagógicos y disciplinarios alcanzados por los estudiantes de pedagogía en el curso de su formación inicial. En el marco del proyecto ReFIP se aplicaron instrumentos internacionales para evaluar el conocimiento matemático que necesitan los futuros profesores para la tarea de enseñar.

Los instrumentos aplicados, son adaptaciones validadas de las pruebas MKT (mathematical knowledge for teaching) desarrolladas en el proyecto *Learning Mathematics for Teaching* (LMT, Universidad de Michigan). Se utilizaron cuatro pruebas en las áreas de: geometría, números y operaciones, álgebra y patrones, y datos y azar. Estos instrumentos miden dos dimensiones del conocimiento matemático para enseñar: el conocimiento matemático común y el conocimiento especializado del contenido matemático. Las pruebas fueron rendidas por un total de 2.264 estudiantes de pedagogía provenientes de 15 universidades del país, divididos en un grupo de tratamiento que utilizó versiones de pilotaje de 1 o más libros ReFIP, y un grupo de control que no utilizó ninguno de los libros. Los resultados de las pruebas fueron complementados con encuestas que permitieron establecer aspectos contextuales claves de la formación de cada estudiante, tales como el número de cursos de matemática y didáctica de la matemática que han tomado, preferencia por la matemática y modalidad de uso de los libros (sólo en el grupo de tratamiento), entre otros.

Al analizar los resultados se observaron correlaciones significativas y positivas entre los puntajes de las pruebas MKT, el puntaje PSU de matemáticas, el promedio de notas de la enseñanza media y la preferencia por la matemática. Por otra parte, la cantidad de cursos de matemática y didáctica de la matemática que los estudiantes reportan haber tomado, no tuvieron efectos significativos en el nivel de adquisición de conocimiento matemático para enseñar. En conjunto, estos hallazgos apuntan a que la selección de estudiantes dentro de los programas de pedagogía continúa siendo un factor crítico, mientras que los cursos de matemáticas y didáctica de la matemática de los programas de pedagogía actuales muestran limitaciones para aumentar un conocimiento matemático de los estudiantes que es relevante para la tarea de enseñar.

Por otra parte, también se pudo establecer una medida del impacto de los textos de pilotaje ReFIP. Se identificó un efecto significativo y positivo relacionado al uso del texto *Números*: los estudiantes que utilizaron el libro superaron por 20% de una desviación estándar el rendimiento de los estudiantes que no utilizaron el libro en la prueba MKT correspondiente, controlando por el puntaje PSU de matemática. En los otros 3 libros, cuyo estado de avance al momento del pilotaje era menor, no se observaron efectos significativos sobre la adquisición de conocimiento matemático para enseñar. Cabe hacer notar que entre los cuatro textos piloteados, el texto de número fue aquel usado de manera más consistente. Los datos recolectados a través de las encuestas complementarias mostraron una evaluación positiva de los 4 textos piloteados, y una alta heterogeneidad en las modalidades de uso de los textos, determinadas en gran parte por decisiones específicas de los profesores formadores.

#### ► Calidad de la instrucción matemática en la formación de profesores

Uno de los aprendizajes del proyecto ReFIP fue tomar conciencia sobre la importancia que tienen los profesores formadores en el desarrollo y mejora de los programas de formación inicial. A través de distintas actividades de investigación se profundizó en las modalidades en que los formadores imparten sus clases y cómo utilizan en ellas distintos recursos pedagógicos disponibles.

La investigación de Chandía, Reyes y Martínez (2013)<sup>6</sup> realizó un registro audiovisual de 20 clases de matemática para futuros profesores de educación básica, sobre las cuales se realizó análisis de contenido con 3 codificadores independientes para cada momento (unidad de análisis de 6 minutos) de las clases. Se consideraron diferentes aspectos de las clases, tales como el tipo de conocimiento (disciplinario o pedagógico) y el tipo de instrucción (directa, participativa o trabajo autónomo) desarrollado en ellas. Los resultados mos-

---

6 Chandía, E.; Reyes, C.; Martínez, M. V. ¿Qué elementos del conocimiento matemático para enseñar están presentes en las clases de matemática de los futuros de profesores chilenos de educación básica? Disponible en <http://refip.cmm.uchile.cl/investigacion/>

traron un alto nivel de discrepancia entre los tipos de conocimiento y tipos de instrucción declarados en los programas de las asignaturas y la práctica real. Se observó una fuerte preponderancia del conocimiento matemático común en desmedro del conocimiento especializado y del conocimiento pedagógico del contenido, con importantes carencias en aspectos como el conocimiento del currículo, trabajo sobre errores y dificultades de los estudiantes. En general, se aprecia una desvinculación notoria entre las clases de formación inicial y situaciones del aula escolar. En cuanto a las modalidades de instrucción, se observó como forma predominante la instrucción directa, es decir, cuando el académico es la figura principal de la clase y los estudiantes reciben el contenido de manera pasiva.



Además, se desarrollaron dos tesis de investigación para optar al grado de Magister. En la primera tesis, desarrollada por Rodrigo Ulloa de la Universidad Católica de la Santísima Concepción, se realizó un seguimiento, a lo largo de un semestre, para conocer el uso que hicieron 2 formadores de profesores de educación básica del texto REFIP de Geometría.

La segunda tesis, que está siendo desarrollada por Daniela Rojas en la Universidad de Santiago, tiene por objetivo explorar cómo los formadores de profesores utilizan las herramientas curriculares oficiales, como las Bases Curriculares 2012, Programas de Estudio, Textos Escolares y Estándares de Formación Inicial, en sus clases.

► Aspectos psicosociales de la enseñanza y aprendizaje de la matemática en futuros profesores

Por último, se buscó investigar aspectos no cognitivos que incidieran en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, principalmente a través del estudio de creencias sobre las matemáticas y la ansiedad matemática.

Las creencias sobre las matemáticas se estudiaron a través de un cuestionario adaptado del estudio internacional TEDS-M, aplicado a una muestra de 400 estudiantes de pedagogía básica chilenos de distintas universidades. Por otra parte se investigó la **ansiedad matemática** como un constructo psicosocial que puede incidir tanto en los aprendizajes de niños como en los futuros profesores y sus prácticas pedagógicas. Se definió la ansiedad matemática como una sensación de miedo que se deriva de experiencias negativas con las matemáticas y que inicia un ciclo evitativo que conduce a mala preparación y bajo desempeño. Se validó el instrumento psicométrico para medir ansiedad matemática S-MARS en una muestra de 420 estudiantes de pedagogía general básica de diferentes universidades chilenas. Se identifica-

ron tres dimensiones en el test coincidentes con la literatura previa: ansiedad con tests de matemáticas, ansiedad con operaciones numéricas y ansiedad con clases. Los resultados mostraron una distribución heterogénea de ansiedad matemática en la población: incluso entre los estudiantes que escogen la mención matemática se presentan niveles de ansiedad matemática alta. Al analizar de manera conjunta la ansiedad y las creencias sobre las matemáticas se observó que el nivel de ansiedad matemática correlaciona significativamente con la creencia en el aprendizaje dirigido y en habilidades matemáticas fijas. Estos resultados indican que los niveles de ansiedad matemática están asociados directamente a creencias que luego podrían incidir en decisiones curriculares y pedagógicas. A partir de estas investigaciones se han formulado nuevos proyectos de investigación que buscan profundizar en estos y otros aspectos no cognitivos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Esta investigación es parte de la tesis de magíster de Francisco Martínez de la Universidad de Chile.

#### ► Resultados de transferencia

Un resultado de transferencia central del proyecto ReFIP es el **Diploma de Postítulo en Educación Matemática**, que el Centro de Modelamiento Matemático de la Universidad de Chile dicta desde el primer semestre de 2014.

El objetivo de este postítulo es “proporcionar herramientas y conocimientos a los profesionales que inciden en la formación docente que les permitan gestionar procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática en educación básica”.

Se trata de un programa dirigido a formadores de profesores de educación básica que dictan cursos de matemática o educación matemática, profesionales que capacitan profesores en servicio (ATE) y jefes de Unidades Técnico Pedagógicas (UTP) o directores de departamento de matemática. Su objetivo es “proporcionar herramientas y conocimientos a los profesionales que inciden en la formación docente que les permitan gestionar procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática en educación básica”.

El Diploma se ha planteado como sellos distintivos acercar el aula escolar a la formación inicial y continua de profesores, promover el aprendizaje colaborativo entre los participantes, utilizar el modelamiento y análisis de clases como parte de su formación y trabajar por medio de un equipo de académicos multidisciplinar.

## 6. Testimonios

**Montserrat Baranda,**  
Directora Ejecutiva Fundación Luksic

---

"Para nuestra Fundación ha sido una oportunidad ser parte de esta iniciativa. En nuestros proyectos de acompañamiento a las instituciones escolares más vulnerables de Chile, hemos comprobado la necesidad de fortalecer las competencias pedagógicas, en estricto rigor las didácticas, de los docentes. Más allá de la necesidad de apoyo en los contenidos, la mayor complejidad tiene que ver con las estrategias de aprendizaje que lideran los docentes: ¿cómo motivar el aprendizaje? ¿cómo desarrollar nuevas estrategias para asegurar el aprendizaje en grupos de estudiantes con diversos intereses? Estas preguntas nos hacen apoyar con fuerza la necesidad de revisar y fortalecer los programas de formación docente desde su inicio".



"El proyecto ReFIP viene a entregar un apoyo concreto a los responsables de la formación docente en las universidades. Hoy existe una diversidad de materiales de apoyo y estrategias para el ejercicio docente escolar, y sabemos que necesitamos revisar nuestra formación docente con urgencia. ReFIP lleva el apoyo tan desarrollado en el ambiente escolar a las aulas universitarias y entrega de forma pertinente, después de un ejercicio largo de propuestas y pilotajes, material que puede complementar de manera eficiente la tarea del formador de futuros profesores".

---

**Francisco Tepper,**  
Gerente General Ediciones SM

---

"Ediciones SM pertenece a la Fundación SM, entidad benefactora educativa, uno de cuyos objetivos es la investigación y capacitación docente. En ese contexto, este proyecto está en línea con los propósitos de dicha institución. Asimismo, en nuestra calidad de empresa educativa, que desarrolla contenidos para los estudiantes de Chile, nos pareció muy interesante participar en el desarrollo de una línea de libros destinados a los futuros profesores de los alumnos usuarios de nuestros proyectos".

---

$$6 \quad 4x + 6 + 3x = 12$$

**Jorge Yutronic,**

Encargado de área de Formación Inicial de Profesores, Convenios de Desempeño, Departamento de Financiamiento Institucional, División de Educación Superior, Ministerio de Educación.

---

“Los profesores requieren más y mejores herramientas (recursos) para ejercer su magisterio, así como los académicos universitarios de las carreras de pedagogía y sus estudiantes, mientras están en los procesos de formación. Para tales fines, el CMM contribuye con su valiosa propuesta ReFIP, orientada a un ámbito de gran necesidad: la matemática en Educación Básica”.



“Basada en la evidencia de las buenas prácticas y en el uso de estándares de formación, esta herramienta aumenta la calidad del aprendizaje y minimiza la ocurrencia de errores frecuentes en la enseñanza. En consecuencia, contribuye directamente a una mayor efectividad y seguridad del trabajo docente. Al ser elaborada con criterios del estado del arte internacional y a la vez con la experiencia académica en instituciones chilenas, la colección de textos ReFIP es tanto relevante como pertinente.



Comprendiendo estas características, es que en los Convenios de Desempeño de Formación de Profesores se ha sugerido su uso en las escuelas y facultades de educación del país. Ahora, el desafío está en su uso efectivo y en la obtención de los consiguientes beneficios”.

---

## Testimonios

### directivos y docentes

**Martin Chuaqui,**

Decano de la Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile

---

“Existe un trabajo conjunto desde hace ya cinco años con el CMM que pavimenta la concepción para este proyecto. Este proyecto surge porque hay un marco, una discusión en que el país se demoró dos décadas en consensuar soluciones macro para resolver el problema de la educación escolar, preescolar y media. El país se hizo cargo de esta problemática con distintos pasos en varias direcciones, desde las becas para estudiantes de pedagogía a los lineamientos de desarrollo de las facultades. Aquí se enmarcan los estándares sobre qué tienen que saber los profesores acerca de las disciplinas científicas en básica y en media. Se crean los estándares en torno a los cuatro ejes fundamentales y en este proyecto se recogen fielmente estos estándares y se crean textos para formar a los futuros profesores de básica en las facultades de educación”.



“Sin ninguna duda existía la necesidad de este proyecto. Una cosa es que el Ministerio de Educación norme y entregue las directrices sobre cuáles son las materias que se debe enseñar para formar a un futuro profesor de básica o de media, y otra cosa es cotejar eso con las reales capacidades que tienen las facultades de otorgar esa formación. Esto es una gran herramienta de ayuda, alineada con esos estándares”.

---

**Mónica Bravo,**

Profesora de la Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile

---

“Me pareció excelente la posibilidad de contar con un texto guía, sobre todo si tiene sugerencias para aplicar en la sala de clases, cuando el futuro profesor tenga que enseñar a sus alumnos. Las actividades sugeridas me parecen un gran aporte. A los alumnos les sirvió como material de lectura para reforzar conceptos vistos en clase. Además, aproveché los ejercicios para usarlos como ayudantías”.

---

**Jaime Constela,**

Decano de la Facultad de Educación, Universidad Católica de la Santísima Concepción

---

“Existe una proyección para el uso de los textos en tres dimensiones: como herramienta pedagógica y didáctica para los profesores en ejercicio; para el académico de la universidad que está formando profesores y para los estudiantes que se están formando como profesores”.

---

**Fernando Leiva,**

Director del Departamento de Educación General Básica, Universidad de Playa Ancha, Campus San Felipe

---

“Hemos consultado mucha literatura, en especial los textos que los niños manejan. Hemos visto que tanto en el mundo rural como urbano los libros de clases no apuntan a resolver las problemáticas más urgentes que necesita el niño para aprender y tampoco el profesor está tan bien preparado en el área matemática. Por eso, cuando se me ofreció la posibilidad de que nuestra carrera participara de la experiencia piloto, y probar los textos de manera experimental, lo aceptamos inmediatamente. Estamos contentos y agradecidos, nosotros y los alumnos, de ser partícipes de esta experiencia, significativa por cuanto aplica un enfoque diferente, que es el de la enseñanza de las matemáticas”.

---

**Ruth Galindo,**

Directora del Departamento de Educación y Pedagogía, Universidad de Playa Ancha, Campus San Felipe

---

“El que se le entregue un libro a cada estudiante es positivo y novedoso. Esto nos permite además hacer una clase dinámica, ya que los alumnos pueden preparar sus lecturas con anticipación. Permite a los estudiantes ser autónomos en su aprendizaje. Los textos se complementan con el material que nosotros ya tenemos estructurado y con nuestras líneas de trabajo. No son los libros tradicionales, sino que muestran actividades, resolución de problemas, dificultades y errores que en algunos casos los alumnos ni se imaginan que puedan pasar. A veces los contenidos parecen sencillos, pueden ser sumas y restas, pero los mismos alumnos se dan cuenta de que no es lo mismo aprender que enseñar. Para eso necesitan más dominio y seguridad; además de la conceptualización, necesitan la práctica”.

---



**Paula Riquelme,**

Decana de la Facultad de Educación de la Universidad Católica de Temuco

---

“Los estudiantes y profesores están muy contentos de contar con un material que pueda orientar los procesos de formación didáctica. Esta experiencia nos ha ayudado a formar un cuerpo de conocimiento que permita alinear al Departamento de Matemática, acercándolo a la formación disciplinaria de las carreras de básica y media, ya que no se trata de enseñar lo que cada uno cree que es correcto, porque existen estándares y hay una forma de enseñarles matemática a quienes van a ser profesores. Para nosotros ha significado contar con un conocimiento validado”.

---

**Pilar Muñoz,**

Directora de Educación General Básica, Universidad Diego Portales

---

“Con el Centro de Modelamiento Matemático hemos trabajado en convenios para el desarrollo de nuestros programas de educación de la línea matemática. Así empezaron a identificarse las dificultades que se nos presentaban. Una de las principales necesidades que hemos detectado en el desarrollo de nuestros programas de educación es la falta de bibliografía para la formación de profesores. Encontrábamos literatura en inglés o los textos del sistema escolar, pero nosotros apuntamos a que nuestros alumnos no aprendan de un libro que está hecho para niños de octavo básico. Y si bien el equipo de matemática prepara guías, ante los estándares de formación inicial lo que corresponde es que los estudiantes tengan textos, de manera que este proyecto ha dado respuesta a una necesidad declarada en la carrera”.

---

**Asmara Ramírez,**

Profesora de la Facultad de Educación, Universidad Diego Portales

---

“Me ha parecido una experiencia muy buena, porque los libros incorporan aspectos que nosotros esperamos que los alumnos desarrollen, es decir, tienen lo disciplinar y lo didáctico. Yo estoy esperando que salgan los libros, porque son un muy buen material de apoyo para la enseñanza de pregrado. Pero no me quedo ahí, ya que es un muy buen material también para el apoyo de los profesores en ejercicio. La formación de los profesores ha sido diversa: por ejemplo, hay profesores que tienen metodología pero presentan falencias en lo disciplinar y para otros es lo contrario. Estos libros van apoyando el trabajo en los dos ámbitos, un ejemplo de ello es que abordan la anticipación de errores de los niños. Es decir, ayudan a un profesor en formación y a un profesional formado”.

---

## Testimonios

---

### estudiantes

**Belén Hernández,**

Estudiante de Pedagogía General Básica, Pontificia Universidad Católica de Chile

---

“El libro y las clases me muestran una forma distinta de ver las matemáticas en relación con la que se ve tradicionalmente en los colegios. Me ayuda a entender la construcción numérica y los algoritmos que surgen de esta. Creo que el libro apunta justamente hacia aquellos para quienes está hecho: futuros profesores de educación básica. En este sentido, ofrece conocimientos disciplinarios necesarios para un profesor, y tiene también un enfoque pedagógico”.

---

**Cecilia Del Pino,**

Estudiante de Pedagogía General Básica, Universidad Católica de la Santísima Concepción

---

“La experiencia que tuve con el uso de estos textos fue sumamente grata, puesto que la geometría me es un tanto difícil a veces, y con este texto logré comprender lo que no entendía, hacer más ejercicios para reforzar y ampliar mis conocimientos. Un aspecto destacable es que estos libros al momento de explicar cada materia son muy específicos y claros, vienen con sus respectivos ejemplos, lo que nos permite comprender rápidamente lo que estamos leyendo”.

---

**Camilo Carreño,**

Estudiante de Pedagogía General Básica, Universidad Diego Portales

---

“Me parece interesante el enfoque que tiene el libro, para comprender cómo enseñar la matemática, y los ejercicios que te incitan a pensar como un niño. Por ejemplo, cuando se expone el caso de patrones o de nociones algebraicas y te pide: ‘enfrentalo como un niño de tercero básico, cómo crees que lo vería un niño, qué respuestas podría dar, en qué se puede equivocar’. En ese aspecto, va dejando mucho conocimiento. Es destacable, en este sentido, el proceso de metacognición que te lleva a hacer el libro, el entender qué estás haciendo y por qué lo estás haciendo. A la vez, te ayuda a entender cómo se piensan y se enfrentan los contenidos matemáticos”.

---

$$6 \quad 4x + 6 + 3x = 12$$



**CMM**  
Center for  
Mathematical  
Modeling  
*Advanced Math for Business*

**Fondef**  
FONDO DE FOMENTO AL DESARROLLO  
CIENTÍFICO Y TECNOLÓGICO

